

$O(0, 0)$ を原点とする座標平面において、放物線 $C: y = x^2$ の頂点 P が、円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、直線 $\ell: y = 2x$ と C で囲まれる図形の面積 S の最大値と、そのときの頂点 P の座標を求めよ。