

【正解】

$$S \text{ の最大値は } \frac{4}{3} \left(\sqrt{5} + 1 \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{このときの P の座標は } \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$