

条件を満たす3桁の自然数 N のうち 2, 3, 5 の倍数の集合をそれぞれ A, B, C とすると

$$\begin{aligned} P &= \frac{n(A \cup B \cup C)}{6^3} \\ &= \frac{6^3 - n(\overline{A \cup B \cup C})}{6^3} \\ &= 1 - \frac{n(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})}{6^3} \end{aligned}$$

そこで $n(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$ を求める。 N の百位, 十位, 一位の数をそれぞれ x, y, z とすると,

$$x, y, z = 1 \sim 6$$

N が 2 の倍数ではなく, かつ 5 の倍数でないのは $z = 1$ または $z = 3$ のときだけである。

(1) $z = 1$ のとき

$x = 1$ のとき, $x + y + z = y + 2$ であるから, N が 3 の倍数とならないのは $y = 2, 3, 5, 6$ のときで 4 通り。 $x = 2, 3, 4, 5, 6$ のときも同様にして, それぞれ 4 通り。したがって, N が 2, 3, 5 のいずれの倍数でもないものは $4 \times 6 = 24$ 個ある。

(2) $z = 3$ のとき

(1) と同様に考えて, N が 2, 3, 5 のいずれの倍数でもないものは 24 個ある。

(1)(2) から $n(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 24 + 24 = 48$ となるから,

求める確率は

$$P = 1 - \frac{48}{6^3} = \frac{7}{9}$$