

x の関数 $f_1(x)$ を, $0 \leq x < 1$ のとき, $f_1(x) = x$, $1 \leq x \leq 2$ のとき, $f_1(x) = -x + 2$, $x < 0$ およ
び $2 < x$ のとき, $f_1(x) = 0$ と定める。

さらに, n を 2 以上の整数とすると,

$$f_n(x) = f_{n-1}(x) + \frac{1}{2^{n-1}} f_1(x - 2(n-1))$$

と定める。ただし, $O(0, 0)$ とする。

(1) $y = \frac{1}{2^{n-1}} f_1(x - 2(n-1))$ の表すグラフと x 軸で囲まれる図形を y 軸の回りに一回転してできる
立体の体積 V_n を求めよ。

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ が存在するかどうか調べよ。