

x の関数 $f(x)$ は、すべての実数 x に対して連続であり、 $x \neq 0$ のとき $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ で、 $f(0) = a$ を満たしている。ただし、 a は実数の定数である。

(1) $0 < x < \pi$ において、不等式 $\cos x < 1 - \frac{1}{2}x^2$ が成り立つことを示せ。さらに、不等式 $0 < f(x) < \frac{1}{2}$ が成り立つことも示せ。

(2) $x \geq \pi$ において、不等式 $0 \leq f(x) < \frac{1}{2}$ が成り立つことを示せ。次に、すべての実数 x に対して、 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。