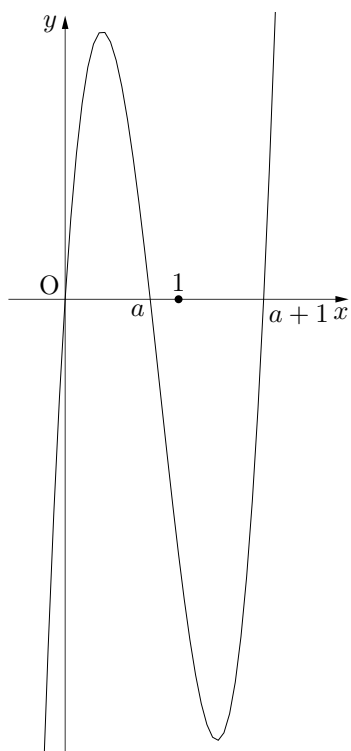


$$\begin{aligned}
 y &= 12x^3 - (24a + 12)x^2 + 12(a^2 + a)x \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{1} \\
 &= 12x\{x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1)\} \\
 &= 12(x - a)\{x - (a + 1)\}
 \end{aligned}$$

となるから、 $0 \leq a \leq 1$ のとき、 $\textcircled{1}$ のグラフの概形は図のようになる。



したがって

$$\begin{aligned}
 f(a) &= \int_0^a y \, dx + \int_a^1 (-y) \, dx \\
 &= \left[3x^4 - (8a + 4)x^3 + 6(a^2 + a)x^2 \right]_0^a - \left[3x^4 - (8a + 4)x^3 + 6(a^2 + a)x^2 \right]_a^1 \\
 &= 2a^4 + 4a^3 - 6a^2 + 2a + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f'(a) &= 2(4a^3 + 6a^2 - 6a + 1) \\
 &= 2(2a - 1)(2a^2 + 4a - 1) \\
 &= 4(2a - 1) \left(a - \frac{\sqrt{6} - 2}{2} \right) \left(a + \frac{\sqrt{6} + 2}{2} \right)
 \end{aligned}$$

よって、 $0 \leq a \leq 1$ における $f(a)$ の増減表は、次のようになる。

a	0		$\frac{\sqrt{6} - 2}{2}$		$\frac{1}{2}$		1
$f'(a)$		+	0		0		
$f(a)$	1	↗		↘	$\frac{9}{8}$	↗	3

そして、 $f(a)$ を $2a^2 + 4a - 1$ で割って

$$f(a) = (2a^2 + 4a - 1) \left(a^2 - \frac{5}{2} \right) + 12a - \frac{3}{2}$$

したがって、 $a = \frac{\sqrt{6}-2}{2}$ のとき、 $2a^2 + 4a - 1 = 0$ であるから、

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\sqrt{6}-2}{2}\right) &= 0 + 12 \times \frac{\sqrt{6}-2}{2} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{12\sqrt{6}-27}{2} \end{aligned}$$

となって、

$$\frac{12\sqrt{6}-27}{2} - 3 = \frac{3}{2}(4\sqrt{6} - 11) = \frac{3}{2}(\sqrt{96} - \sqrt{121}) < 0$$

より、 $3 > \frac{12\sqrt{6}-27}{2}$

以上から、 $M = 3$, $m = 1$