



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 2 \times \cos \theta = 6 \cos \theta \dots\dots\dots ①$$

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2 \dots\dots\dots ②$$

メネラウスの定理から,

$$\frac{BQ}{QO} \cdot \frac{OA}{AP} \cdot \frac{PR}{RB} = 1$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1-t} \cdot \frac{PR}{RB} = 1$$

$$\frac{PR}{RB} = 1-t$$

よって,  $PR : RB = (1-t) : 1$  となるから,

$$\vec{OR} = \frac{t}{2-t} \vec{a} + \frac{1-t}{2-t} \vec{b}$$

となる。

$OR \perp AB$  は,  $\vec{OR} \cdot \vec{AB} = 0$  で表され,

$$\left\{ t\vec{a} + (1-t)\vec{b} \right\} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

①, ② を用いて計算して,

$$6(2t-1) \cos \theta + 4 - 13t = 0 \dots\dots\dots ③$$

となるから, これを満たす  $\theta (0 < \theta < \pi)$  が存在しない。

(1)  $t = \frac{1}{2}$  のとき

③ は  $0 \times \cos \theta - \frac{5}{2} = 0$  となり, これを満たす  $\theta$  は存在しないから,  $t = \frac{1}{2}$  は適する。

(2)  $t \neq \frac{1}{2}$  のとき

③ は  $\cos \theta = \frac{13t-4}{6(2t-1)}$  となり, これを満たす  $\theta$  が存在しない条件は

$$\left| \frac{13t-4}{6(2t-1)} \right| \geq 1$$

となる。これを变形して

$$(13t-4)^2 \geq \{6(2t-1)\}^2$$

$$(t+2)(5t-2) \geq 0$$

$$t \leq -2, \frac{2}{5} \leq t \left( t \neq \frac{1}{2} \right)$$

(1), (2) から求める  $t$  のとる値の範囲は  $\frac{2}{5} \leq t < 1$  である。