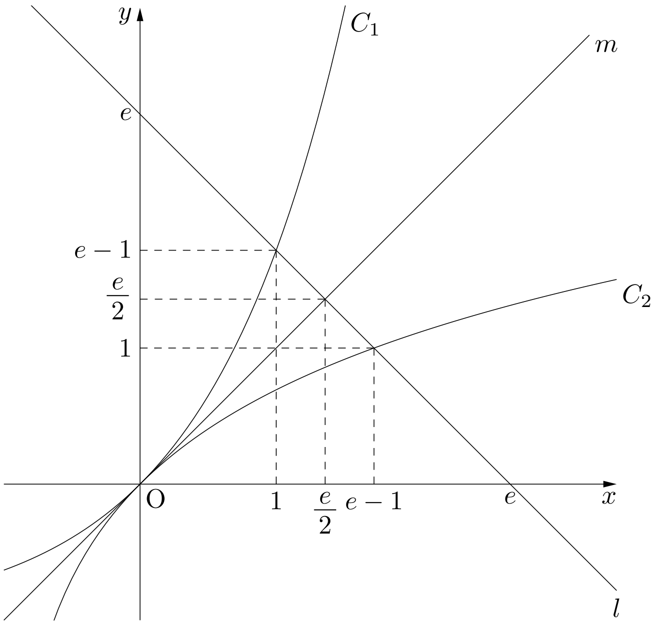


(1)　$f(x) = e^x - 1 - (-x + e)$ とおく。

$f'(x) = e^x + 1 > 0$ であるので，$f(x)$ は単調増加である。また，$f(1) = 0$ である。

以上より，C_1 と l はただ 1 点 $(1,\, e-1)$ を共有する。

(2)　C_2 を表す方程式は $y = \log(x+1)$ である。

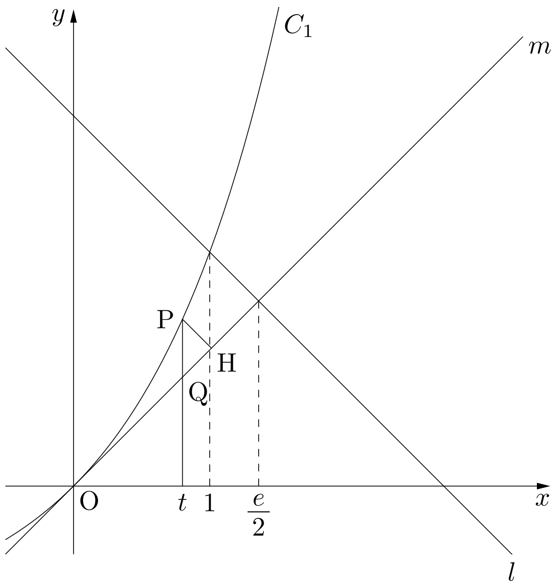
$$V_1 = \pi\int_0^1 (e^x - 1)^2\, dx + \pi\int_1^{e-1} (-x+e)^2\, dx - \pi\int_0^{e-1} \{\log(x+1)\}^2\, dx$$

これを解いて，

$$V_1 = \frac{\pi}{6}\left(2e^3 - 3e^2 - 12e + 23\right)$$

である。

(3)　C_1 上の点 $\mathrm{P}(t,\, e^t-1)\,(0 \leqq t \leqq 1)$ から直線 m に垂線 PH を下ろし，$\mathrm{OH}=u$ とおく。



また，P を通り，x 軸に垂直な直線と直線 m の交点を Q とする。

$$V_2 = \pi \int_0^{\frac{\sqrt{2}e}{2}} \mathrm{PH}^2\, du$$

そして，

$$\begin{aligned} e^t - 1 - \frac{u}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \mathrm{PH} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\left| t - (e^t - 1) \right|}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{2}(e^t - t - 1) \end{aligned}$$

より，$u = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(e^t + t - 1)$ である。

したがって，$du = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(e^t + 1)dt$ である。

$\mathrm{PH} = \dfrac{e^t - t - 1}{\sqrt{2}}$ であるから，

$$V_2 = \pi \int_0^1 \frac{(e^t - t - 1)^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(e^t + 1)dt$$

である。

これを解いて，

$$V_2 = \frac{\sqrt{2}\pi}{12}(e^3 - 3e^2 + 3)$$

である。