（1）$m \leqq 0$ のとき　C と ℓ は2点を共有するのみである。

$m>0$ のとき　C と ℓ が3点を共有するのは，ℓ と

$y=-x^2+3x$ のグラフが $0<x<3$ において1点を

共有するときである。

$mx=-x^2+3x$ を解くと，　$x=0$，$3-m$

であるから，

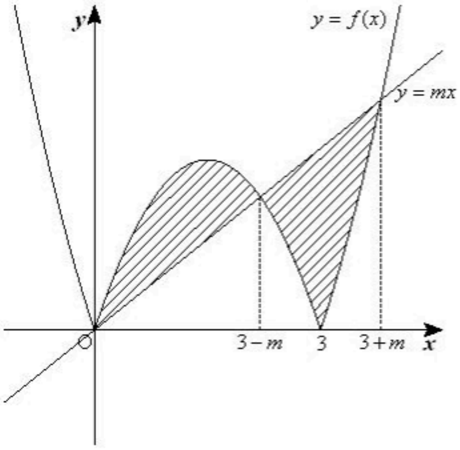
$0<3-m<3$

より，求める m のとる値の範囲は

$0<m<3$

（2）ℓ と $y=x^2-3x$ のグラフとの共有点の x 座標は

0と $3+m$ である。



よって，$S(m)$ は図の斜線部分の面積となる。

$$S(m)=\int_0^{3+m}\left\{mx-(x^2-3x)\right\}dx-2\times\int_0^{3}(-x^2+3x)\,dx$$

$$+2\times\int_0^{3-m}\left\{(-x^2+3x)-mx\right\}dx$$

$$=\frac{1}{6}(3+m)^3-2\times\frac{1}{6}\cdot3^3+2\times\frac{1}{6}(3-m)^3$$

$$=\frac{1}{6}(-m^3+27m^2-27m+27)$$

（3）$S'(m)=\dfrac{1}{2}(-m^2+18x-9)$

より，$S'(m)>0$ を解くと

$9-6\sqrt{2}<m<9+6\sqrt{2}$

よって，次の増減表が得られる。

m	0		$9-6\sqrt{2}$		3
$S'(m)$		−	0	+	
$S(m)$		↘		↗	

$S(m)$ を最小にする m は，$m=9-6\sqrt{2}$

また，$S(m)$ は

$$S(m)=\frac{1}{6}\left\{(m^2-18m+9)(-m+9)\right.$$

$$\left.+144m-54\right\}$$

と表されるから，$S(m)$ の最小値は

$$S(9-6\sqrt{2})=\frac{1}{6}\left\{144(9-6\sqrt{2})-54\right\}$$

$$=9(23-16\sqrt{2})$$