(1) $\mathrm{AB}=\mathrm{BC}=\mathrm{CA}=2\sqrt{2}$ より，三角形 ABC は正三角形となるから，その外心 M は重心でもある。

したがって，

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}\right)$$
$$=\frac{2}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

と表せられる。

また，H は T 上にあるから，α，β を定数として，

$$\overrightarrow{\mathrm{AH}}=\alpha\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

とおくことができ，

$$\overrightarrow{\mathrm{DH}}=\overrightarrow{\mathrm{DA}}+\overrightarrow{\mathrm{AH}}$$
$$=\overrightarrow{\mathrm{DA}}+\alpha\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$
$$=\begin{pmatrix}1-2\alpha-2\beta\\-2+2\alpha\\-3+2\beta\end{pmatrix}$$

と表せられる。

ここで，$\mathrm{DH}\perp T$ より，DH は AB，AC に垂直である。
したがって，$\overrightarrow{\mathrm{DH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$，$\overrightarrow{\mathrm{DH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$ から，

$$4\alpha+2\beta=3$$

$$\alpha+2\beta=2$$

が導かれる。これらを解くと，$\alpha=\frac{1}{3}$，$\beta=\frac{5}{6}$ となる。

$$\mathrm{OH}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{DH}}$$
$$=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}-\frac{4}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$
$$=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\-2\\-5\end{pmatrix}$$