（１） $z=\sqrt{1+t^2}(\cos\theta+i\sin\theta)$ ････①

ただし,, $\sin\theta=\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$, $\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

$t>1$ より $\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$

このとき, $z^{12}=(1+t^2)^6(\cos 12\theta+i\sin 12\theta)$

z^{12} が実数となるから,

$\sin 12\theta=0 \quad 12\theta=k\pi \quad (k\text{: 整数})$

$\theta=\dfrac{k}{12}\pi$ ････②

$\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ に代入して, $3<k<6$

よって, $k=4$, 5

$k=4$ のとき, $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ となるから, ①より

$z=\sqrt{1+t^2}\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ となり,

$z^3=(\sqrt{1+t^2})^3(\cos\pi+i\sin\pi)=-(\sqrt{1+t^2})^3$

となって, 実数となるので, 題意に反する。

$k=5$ のとき, $\theta=\dfrac{5}{12}\pi$

$z=\sqrt{1+t^2}\left(\cos\dfrac{5}{12}\pi+i\sin\dfrac{5}{12}\pi\right)$ となり,

z, z^2, …, z^{11} はすべて実数とならず z^{12} は

$z=-(1+t^2)^6$ となり実数となるから, 題意に適する。

以上から,

$\theta=\dfrac{5}{12}\pi$

（２） $t=\tan\theta=\tan\dfrac{5}{12}\pi$ である。

そして,

$t(1-t^2)=\tan\theta(1-\tan^2\theta)=\dfrac{\sin\theta\cos 2\theta}{\cos^3\theta}$

$1+t^2=1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta} \qquad \therefore \dfrac{1}{(1+t^2)^2}=\cos^4\theta$

よって,

$\dfrac{t(1-t^2)}{(1+t^2)^2}=\dfrac{\sin\theta\cos 2\theta}{\cos^3\theta}\times\cos^4\theta$

$=\sin\theta\cos\theta\cos 2\theta=\dfrac{1}{4}\sin 4\theta$

以上から,

$\dfrac{t(1-t^2)}{(1+t^2)^2}=\dfrac{1}{4}\sin 4\times\dfrac{5}{12}\pi=-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$